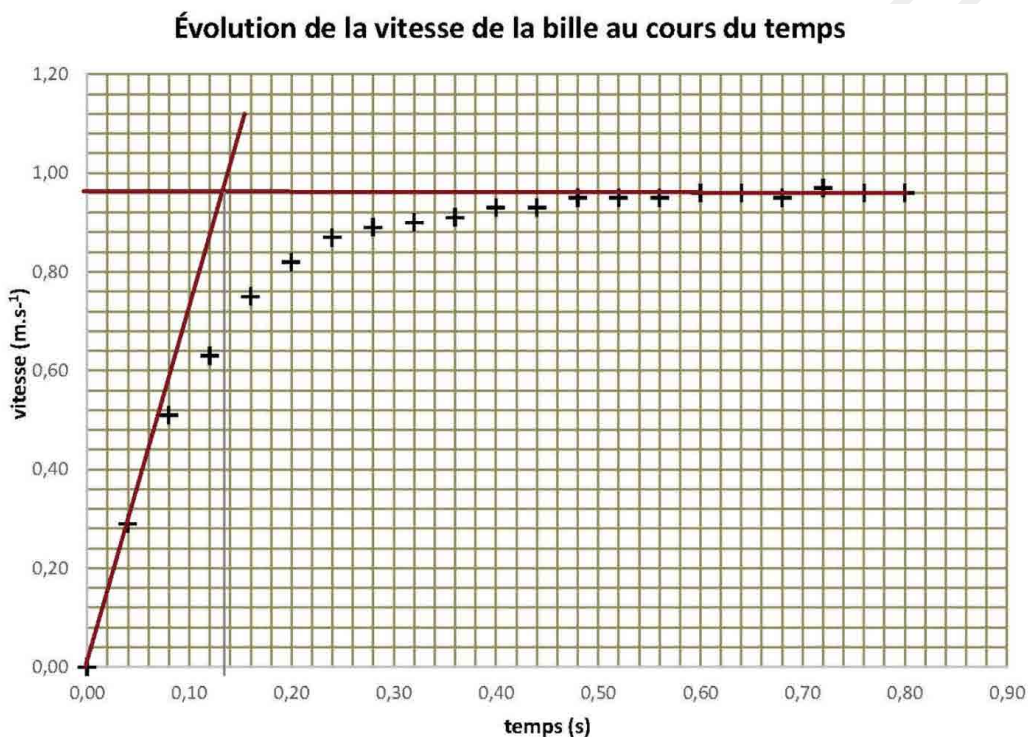


CORRIGÉ  
STL - MÉTROPOLE 2022  
PHYSIQUE-CHIMIE ET MATHÉMATIQUES  
SUJET CORRIGÉ DU 11 MAI

Exercice 1

**Question 1.** La vitesse limite est atteinte quand la courbe fait un plateau. Le temps caractéristique se lit en abscisse de l'intersection entre la tangente à l'origine et la droite d'équation  $y = v_{\text{lim}}$



Selon la lecture graphique :  
 $v_{\text{lim}} = 0,96 \text{ m.s}^{-1}$  et  $\tau = 0,14 \text{ s}$

**Question 2.** La seconde loi de Newton est :  $\sum \bar{F}_{ext} = m\bar{a}$   
 Appliqué à notre exercice :

$$\bar{P} + \bar{\Pi} + \bar{f} = m\bar{a}$$

$$m\bar{g} - \rho_{huile} V_{im} \bar{g} - 6\pi\eta R \bar{v} = m\bar{a}$$

**Question 3.** En projetant sur l'axe (Oy), on obtient :

$$mg - \rho_{huile} V_{im} g - 6\pi\eta R v = ma$$

$$mg - \rho_{huile} V_{im} g - 6\pi\eta R v = m \frac{dv}{dt}$$

$$g - \frac{\rho_{huile} V_{im} g}{m} - \frac{6\pi\eta R}{m} v = \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = - \frac{6\pi\eta R}{m} v + g - \frac{\rho_{huile} V_{im} g}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = Av + B$$

$$\text{Avec } A = - \frac{6\pi\eta R}{m} \text{ et } B = g - \frac{\rho_{huile} V_{im} g}{m} = g - \frac{\rho_{huile} \frac{4}{3} \pi R^3 g}{m}$$

**Question 4.** Les calculs pour obtenir A et B sont :

$$A = - \frac{6\pi \times 0,39 \times 5,0 \cdot 10^{-3}}{4,1 \cdot 10^{-3}} = - \frac{6\pi \times 0,39 \times 5,0}{4,1}$$

$$B = 9,8 - \frac{920 \times \frac{4}{3} \pi (5,0 \cdot 10^{-3})^3 \times 9,8}{4,1 \cdot 10^{-3}}$$

**Question 5.** L'équation différentielle est de forme  $y' = ay + b$   
Les solutions sont donc de forme  $y(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$ .

Ici :

$$y(x) = Ce^{-9x} + \frac{8,6}{9}$$

On sait que  $y(0) = 0$  :

$$y(0) = Ce^{-9 \times 0} + \frac{8,6}{9}$$

$$0 = C + \frac{8,6}{9}$$

$$C = -\frac{8,6}{9}$$

$$\text{Donc } y(x) = -\frac{8,6}{9}e^{-9x} + \frac{8,6}{9} = \frac{8,6}{9}(1 - e^{-9x})$$

**Question 6.** Déterminons la limite de  $y(x)$  :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-9x} = 0 \text{ et } \lim_{X \rightarrow 0} -\frac{8,6}{9}X + \frac{8,6}{9} = \frac{8,6}{9} \simeq 0,96$$

**Question 7.** Avec ce modèle mathématique on retrouve bien la valeur de la vitesse limite de  $0,96 \text{ m.s}^{-1}$